Games on Graphs

Zum Sieg mit Hilfe der Graphentheorie ?

Hans-Dieter Karl

Progressively Finite Games

- Endliche Auswahl an möglichen Zügen in jeder Spielsituation
- Ende des Spiels nach einer endlichen Anzahl von Zügen
- Endliche Anzahl von Startpositionen

Bei-Spiel

2 Spieler, 16 Objekte – die Spieler nehmen abwechselnd 1 bis 4 Objekte weg.

Wer den letzten Stern nimmt, hat gewonnen.

Bei-Spiel: 

Bei-Spiel: 

Mathematische Modellierung

Gerichteter Graph (von links nach rechts)

Knoten = Anzahl der noch vorhandenen Sterne

Kanten = mögliche Züge

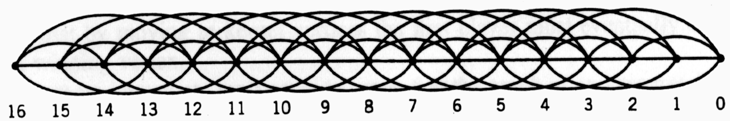


Figure 10.8

Kernel = {0, 5, 10, 15}

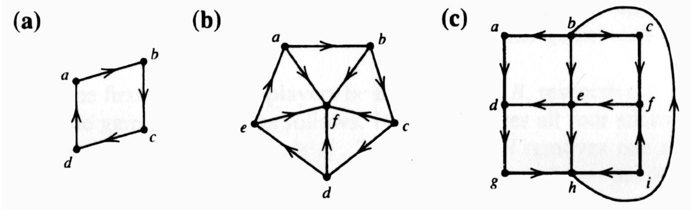
Gewinnstrategie(n)

- winning position
- winning vertex / losing vertex
- winning strategy

Kernel

- Keine Kante zwischen zwei Kernel-Knoten
- Jeder nicht-Kernel-Knoten ist mit einem Kernel-Knoten verbunden

Find a kernel in the following graphs or show why none can exist:



Grundy Function g(x)

Für jeden Knoten x eines gerichteten Graphen ist g(x) der kleinste nicht negative Integerwert, der keinem Nachfolger von x zugeordnet wurde.

Grundy Function des Bei-Spiels:

Knoten x	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
g(x)	1	0	4	3	2	1	0	4	3	2	1	0	4	3	2	1	0

Zusammenhang Grundy <-> Kernel

Erweiterung auf mehrere Stapel - NIM

2 Spieler, mehrere Stapel

Pro Zug kann ein Spieler jede beliebige Anzahl von Objekten von genau einem Stapel entfernen

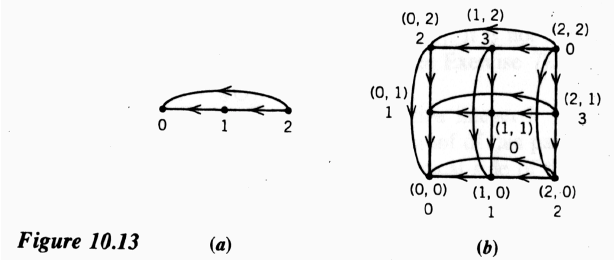


Figure 10.13

Grundy Function von NIM

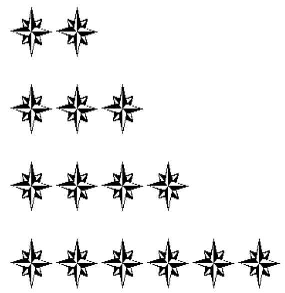
direct sum: Spielgraph als Komposition von Ein-Stapel-Graphen

digital sum: verkettete XOR - Operation

I I	2 = 0 1 0
I I I	3 = 0 1 1
I I I I	4 = 1 0 0
I I I I I I	<u>6 = 1 1 0</u>
	0 1 1 = 3

NIM – Bei-Spiel

2 Spieler – die Spieler nehmen abwechselnd beliebig viele Objekte von einem Stapel weg.



Beispiele im Internet

http://www.cut-the-knot.com/recurrence/Scoring.html